ECO434, Ecole polytechnique, 2e année
PC 4
Approche Intertemporelle du Compte Courant

Exercice 1 : Choix intertemporel et Taux de Change Réel (TCR)

On considère une *petite économie ouverte* dans laquelle deux biens, le bien échangeable T et le bien non-échangeable N, sont produits (Y_T et Y_N) et consommés (C_T et C_N). On note P_N et P_T les prix des deux biens et $Q \equiv \frac{P_N}{P_T}$ le prix relatif du bien non-échangeable.

Les exportations nettes sont notées X. On suppose que le bien échangeable importé est parfaitement substituable avec le bien échangeable national, sans coût du commerce, de sorte que la Loi du prix unique s'applique :

$$P_T = \frac{P_T^*}{S}$$

où S désigne le taux de change au certain (en unités de devise étrangère) et toutes les variables avec une étoile désignent les variables correspondantes du reste du monde.

Modèle statique

1. A l'équilibre l'offre est égale à la demande sur les deux marchés

$$\begin{aligned} Y_N &= C_N \\ Y_T &= C_T + X_T \end{aligned}$$

en rappelant que X_T désigne les exportations *nettes*.
En choisissant T comme numéraire, on note $p_T = 1$ et $p_N = Q$. Le revenu national R est égal à la valeur totale des productions finales. En unités du bien T il vaut :

$$R = Y_T + QY_N$$

2. Le programme du consommateur s'écrit

$$\max_{C_T, C_N} \{u(C_T, C_N)\}$$
$$\text{s.c. } R - X \geq C_T + QC_N$$

où la contrainte de budget vient des égalités de la question précédente ($R = C_T + X_T + QC_N$). Comme X est exogène par hypothèse, X représente en quelque sorte une épargne forcée qui vient se déduire du revenu national disponible pour le consommateur (cf. l'exemple

des réparations de guerre de l'Allemagne et le problème du transfert). Dans la deuxième partie, X sera endogénéisé comme le résultat d'un choix intertemporel.
Les CPO donnent $\frac{1}{4C_T} = \lambda$ et $\frac{3}{4C_N} = \lambda Q$. Avec la contrainte de budget on résout pour obtenir les fonctions de demande

$$C_T = \frac{1}{4}(R - X)$$
$$C_N = \frac{3}{4Q}(R - X)$$

de sorte que le bien T occupe $1/4$ de la dépense de consommation nationale et le bien N les $3/4$ restants.

3. On utilise $Y_N = C_N$ et la définition de Y dans les fonctions de demande pour obtenir

$$Y_N = \frac{3}{4Q}(QY_N + Y_T - X) \Rightarrow Y_T = \frac{1}{3}QY_N + X$$

On suppose côté offre que $Y_N = 3Y_T$, ce qui implique

$$\frac{X}{Y_T} = 1 - Q$$

Lorsque Q, le prix relatif des non-échangeables, baisse, les exportations nettes augmentent. Ceci vient d'une substitution dans la demande nationale des échangeables vers les non-échangeables (aucun changement côté offre par hypothèse Y_T est exogène).

4. On sait que $R = Y_T + QY_N = (1 + 3Q)Y_T$ donc

$$\frac{Y_T}{R} = \frac{1}{1 + 3Q}$$

Si $Q = 1$ alors $\frac{Y_T}{R} = \frac{1}{4}$ et $X = 0$. La balance commerciale est équilibrée. Si $Q = 1,3$ alors $\frac{Y_T}{R} \approx \frac{1}{5}$ et $X \approx -\frac{1}{15}R \approx -0,06R$ soit 6% du PIB. Selon le modèle, un déficit commercial de 6% du PIB peut être résorbé au prix d'une dépréciation réelle équivalente à une baisse de 33% du prix relatif des non-échangeables. Le mécanisme passe par la réallocation de la demande vers le secteur non-échangeable. La dépréciation réelle cause une baisse du revenu national mesuré par $Y_T + QY_N$.

Modèle de choix intertemporel On considère maintenant un modèle à deux périodes ($t = 1, 2$). Soit la fonction d'utilité intertemporelle

$$U(C_T^1, C_N^1, C_T^2, C_N^2) = u(C_T^1, C_N^1) + \beta u(C_T^2, C_N^2)$$

avec $0 < \beta < 1$. Le consommateur de la petite économie ouverte peut prêter ou emprunter à l'étranger au taux exogène r.

1. $0 < \beta < 1$ représente le taux d'escompte subjectif (inverse de la préférence pour le présent), plus il est faible et moins l'utilité obtenue dans le futur compte par rapport à l'utilité obtenue dans le présent. Autrement dit il mesure la patience du consommateur.
   Les contraintes budgétaires aux deux périodes s'écrivent
   $$\begin{aligned} Q^1C_N^1 + C_T^1 + Z^1 &\leq R^1 \\ Q^2C_N^2 + C_T^2 + Z^2 &\leq R^2 \end{aligned}$$
   où Z^t désigne l'épargne nette (épargne moins emprunt) à la période t et peut être négative. On suppose qu'il n'y a pas de défaut donc $Z^2 = -(1+r)Z_1$: on rembourse $(1+r)$ fois la dette si $Z_1 < 0$, on récupère $(1+r)$ fois la somme prêtée si $Z_1 > 0$.
   On peut écrire une contrainte de budget intertemporelle unique :
   $$Q^1C_N^1 + C_T^1 + \frac{Q^2C_N^2 + C_T^2}{1+r} \leq R^1 + \frac{R^2}{1+r}$$
   Le terme de droite Ω désigne la somme actualisée des revenus présent et futur. L'absence de défaut implique qu'on a nécessairement $B_1 = X_1$ et $B_2 = X_2$ (identité comptable de la balance des paiements), de sorte que les X_t n'entrent pas dans l'expression de Ω.
2. On résout le programme du consommateur
   $$\max_{C_T^1, C_N^1, C_T^2, C_N^2} \{u(C_T^1, C_N^1) + \beta u(C_T^2, C_N^2)\}$$
   $$\text{s.c. } Q^1C_N^1 + C_T^1 + \frac{Q^2C_N^2 + C_T^2}{1+r} \leq \Omega$$
   CPO
   $$\begin{aligned} \frac{1}{4C_T^1} &= \lambda \\ \frac{3}{4C_N^1} &= \lambda Q^1 \\ \beta\frac{1}{4C_T^2} &= \frac{\lambda}{1+r} \\ \beta\frac{3}{4C_N^2} &= \frac{\lambda Q^2}{1+r} \end{aligned}$$
   ce qui implique
   $$\begin{aligned} \frac{C_N^2}{C_N^1} &= \beta(1+r)\frac{Q^1}{Q^2} \\ \frac{C_T^2}{C_T^1} &= \beta(1+r) \end{aligned}$$

Tout d'abord, le rapport entre le taux d'escompte subjectif β et le facteur d'actualisation (objectif) $\frac{1}{1+r}$ détermine l'évolution de la consommation dans le temps. Plus le consommateur est patient relativement à la valeur du temps implicite dans le facteur d'actualisation, et plus sa consommation future est élevée relativement à sa consommation présente.

Si Q augmente à la première période relativement à la seconde, la consommation de N future augmentera au détriment de la consommation de N présente.

3. On suppose que la production des deux biens est constante au cours du temps. On déduit de la question précédente que si $\beta(1+r) < 1$ alors $C_T^1 > C_T^2$. Comme $X_1 = Y_T - C_T^1$ et $X_2 = Y_T - C_T^2 = -X_1(1+r)$, on a nécessairement un déficit commercial (et déficit courant) en $t = 1$ et un excédent commercial en $t = 2$.

   Ici le solde commercial est le seul élément du solde courant.

4. SI la production de N est constante alors $C_N^1 = C_N^2$ et

$$Q^2 = \beta(1+r)Q^1$$

   Si $\beta(1+r) < 1$ alors le prix des non-échangeables baisse au cours du temps. Les consommateurs sont impatients et la forte demande à la première période implique un rationnement du bien N par un prix plus élevé. En deuxième période le prix plus faible de N est compatible avec une réduction de la consommation de T et un excédent commercial. Comme on l'a vu en cours, ce mouvement du prix relatif des non-échangeables est équivalent à une dépréciation réelle.

   A noter que dans le cas d'un grand pays (au lieu d'une petite économie ouverte) le déficit courant en période 1 augmenterait la demande de capitaux et donc le taux d'intérêt mondial, réduisant le montant du déficit courant par rapport au cas du petit pays ouvert.

Exercice 2 : Modèle de Fisher avec investissement

1. A chaque période le consommateur finance sa consommation et son investissement par son revenu national et son solde financier vis-à-vis du reste du monde, B_t :

$$\begin{aligned} C_1 + I_1 &\leq Y_1 + B_1 \\ C_2 + I_2 &\leq Y_2 + B_2 \end{aligned}$$

   $B_t > 0$ représente la vente au reste du monde d'une créance sur le pays national (excédent financier), $B_t < 0$ représente l'échat d'une créance sur le reste du monde (déficit financier). Le solde financier est l'opposé du solde courant, Z_t dans l'exercice précédent.

   Comme il n'y a pas de période 3, on doit avoir $B_2 = -(1+r)B_1$. On obtient comme précédemment la contrainte de budget intertemporelle :

$$C_1 + I_1 + \frac{C_2 + I_2}{1+r} \leq Y_1 + \frac{Y_2}{1+r}$$

   Le solde courant est égal à $Z_t = -B_t$.

2. On sait que $I_2 = -K_2$ et $I_1 = K_2 - K_1$.

   L'agent représentatif résout

$$\begin{aligned} &\max_{C_1, C_2, K_2} \{u(C_1) + \beta u(C_2)\} \\ \text{s.c. } C_1 + K_2 - K_1 + \frac{C_2 - K_2}{1+r} &\leq F(K_1) + \frac{F(K_2)}{1+r} \end{aligned}$$

   d'où

$$\begin{aligned} u('C_1) &= \beta(1+r)u'(C_2) \\ F'(K_2) &= r \end{aligned}$$

   On reconnaît l'équation d'Euler de la consommation. La deuxième équation montre que l'agent investit jusqu'au point où le rendement marginal du capital est égal au taux d'intérêt mondial r.

   Deux commentaires :

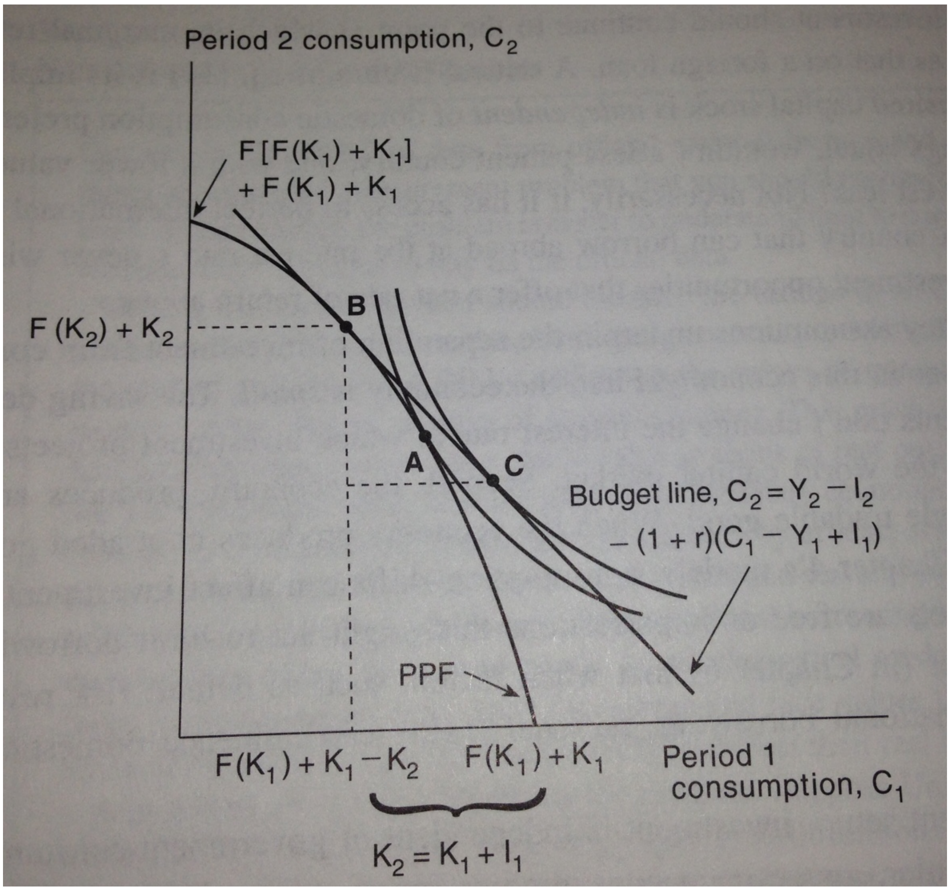
   — par rapport au cas sans capital, on a toujours que $(1+r)$ est le coût d'opportunité d'une unité de revenu consommée aujourd'hui. Cette unité pourrait être épargnée et prêtée à l'étranger ou investie dans le capital national pour obtenir $1+r$ unités demain.

   — l'allocation optimale du capital ne dépend pas des préférences du consommateur ; deux pays identiques sauf pour la patience β auront néanmoins le même stock de capital. La géographie du capital physique est déconnectée de la géographie de l'épargne.

3. En autarcie financière :

$$\begin{aligned}
I_1 &= F(K_1) - C_1 \\
K_2 &= K_1 + F(K_1) - C_1 \\
I_2 &= -K_2 \\
C_2 &= F(K_1 + F(K_1) - C_1) + (K_1 + F(K_1) - C_1)
\end{aligned}$$

Cette dernière équation décrit une FPP intertemporelle puisque elle décrit toutes les possibilités de production et de consommation aux deux périodes, compte tenu du capital initial K_1 et de la technologie.



4. La pente de la frontière au point d'équilibre à l'ouverture est $-(1+r)$ puisque $F'(K_2) = F'(K_1 + F(K_1) - C_1) = r$. Comme on le voit sur le graphique, un pays dont le taux d'intérêt autarcique est supérieur au taux mondial empruntera en première période pour investir (solde courant négatif, solde financier positif) et remboursera en deuxième période (le contraire). On peut penser à la Norvège qui a accumulé de lourds déficits courants dans les années 1970 (jusqu'à 15% de son

PIB certaines années) pour financer l'investissement en plate-formes pétrolières offshore. Depuis les années 1980 la Norvège a généralement été en excédent courant.

Un pays dont le taux d'intérêt autarcique est plus faible que le taux mondial épargnera pour investir à l'étranger et consommer plus dans le futur.