

ECO434, Ecole polytechnique, 2e année
PC 4
Approche Intertemporelle du Compte Courant

Exercice 1 : Choix intertemporel et Taux de Change Réel (TCR)

On considère une *petite économie ouverte* dans laquelle deux biens, le bien échangeable T et le bien non-échangeable N , sont produits (Y_T et Y_N) et consommés (C_T et C_N). On note P_N et P_T les prix des deux biens et $Q \equiv \frac{P_N}{P_T}$ le prix relatif du bien non-échangeable.

Les exportations *nettes* sont notées X . Dans la première partie de l'exercice, on suppose que ces exportations nettes sont *exogènes*. Cette hypothèse simplificatrice permettra une première exploration du lien entre prix relatif des échangeables et balance commerciale. Dans la deuxième partie de l'exercice, cette hypothèse sera relâchée.

Modèle statique

1. Ecrire les conditions d'équilibre des marchés des deux biens. Exprimer R , la valeur de la production nationale, en unités du bien T (c'est-à-dire que le bien T est considéré comme le *numéraire*).
2. On suppose que la fonction d'utilité du consommateur s'écrit

$$u(C_T, C_N) = \frac{1}{4} \ln(C_T) + \frac{3}{4} \ln(C_N)$$

Montrer que le budget du consommateur s'écrit $R - X$ et interpréter. Résoudre le programme du consommateur. Calculer la part de la demande nationale dépensée pour chaque bien.

3. On considère la production de chaque bien comme *fixe*, et on suppose que $Y_N = 3Y_T$. Montrer que

$$\frac{X}{Y_T} = 1 - Q$$

Expliquer quel est l'impact d'une hausse du prix relatif des échangeables sur les exportations nettes.

4. Calculer la part de la production du bien T dans la production totale (exprimée en unités de numéraire) lorsque $Q = 1$. Même question lorsque $Q = 1,33$. Si une économie a un déficit courant égal à 6% du PIB (comme les Etats-Unis en 2007), quel ajustement suggère ce petit modèle ?

Modèle de choix intertemporel On considère maintenant un modèle à deux périodes ($t = 1, 2$). Soit la fonction d'utilité intertemporelle

$$U(C_T^1, C_N^1, C_T^2, C_N^2) = u(C_T^1, C_N^1) + \beta u(C_T^2, C_N^2)$$

avec $0 < \beta < 1$. Le consommateur de la petite économie ouverte peut prêter ou emprunter à l'étranger au taux exogène r .

1. Quelle est l'interprétation de β ? Montrer que la contrainte de budget intertemporelle prend la forme

$$Q^1 C_N^1 + C_T^1 + \frac{Q^2 C_N^2 + C_T^2}{1+r} \leq \Omega$$

où on définira Ω .

2. Montrer que

$$\frac{C_N^2}{C_N^1} = \beta(1+r) \frac{Q^1}{Q^2}$$
$$\frac{C_T^2}{C_T^1} = \beta(1+r)$$

et interpréter.

3. Montrer que si la production de chacun des deux biens est constante au cours du temps et si $\beta(1+r) < 1$, alors le solde courant est négatif à $t = 1$.
4. Sous ces deux mêmes hypothèses, comment le prix relatif des non-échangeables varie-t-il entre $t = 1$ et $t = 2$? Interpréter.

Exercice 2 : Modèle de Fisher avec investissement

On considère une extension simple du modèle de Fisher à 2 périodes vu en cours (section 4.2.1. du polycopié).

La principale différence est que le revenu national à chaque période n'est plus exogène, mais suit la fonction de production strictement croissante et strictement concave $F(K)$, où K désigne le stock de capital national, et satisfaisant les "conditions d'Inada" : $F(0) = 0$, $\lim_{K \rightarrow 0} F'(K) = +\infty$, $\lim_{K \rightarrow +\infty} F'(K) = 0$. On suppose que le bien de consommation peut aussi être utilisé comme capital sans cout d'ajustement, de sorte que le prix d'une unité de capital est égal au prix d'une unité de bien de consommation (hypothèse peu réaliste mais évitant des complications inutiles ici). On définit l'investissement I_t par :

$$K_{t+1} = K_t + I_t, t = 1, 2$$

On fait l'hypothèse simplificatrice que le capital ne se déprécie jamais. On suppose également $K_1 > 0$ exogène, et, comme il n'y a pas de période 3, $K_3 = 0$.

L'économie nationale est une *petite économie ouverte* qui prête et emprunte à l'étranger au taux exogène r . On note B_t la position extérieure nette. On suppose que le capital productif K_t est entièrement détenu par des résidents.

1. Ecrire la contrainte de budget intertemporelle et déterminer le solde courant aux périodes 1 et 2.
2. Ecrire le programme de l'agent représentatif comme un programme de maximisation d'utilité en C_1, C_2, K_2 . Montrer qu'à l'optimum on investit jusqu'au point où le rendement du capital est égal aux taux d'intérêt mondial r . Commenter.
3. Montrer que si le pays avait été en autarcie financière (avec pour seul actif le capital physique), la relation

$$C_2 = F[K_1 + F(K_1) - C_1] + (K_1 + F(K_1) - C_1)$$

aurait été vérifiée. Tracer une "frontière des possibilités de production intertemporelle" dans l'espace $\{C_1, C_2\}$. Représenter graphiquement les consommations et le taux d'intérêt à l'équilibre d'autarcie financière. Commenter brièvement.

4. Quelle est la pente de la frontière des possibilités de production à l'équilibre d'ouverture financière étudié plus haut ? Représenter graphiquement la situation d'ouverture financière et le gain à l'échange intertemporel. Prédire l'évolution du solde courant selon que le taux d'intérêt autarcique est inférieur ou supérieur au taux mondial.